

Feuille de TD n° 1

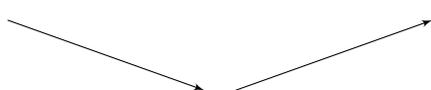
Quelques corrections

**Exercice 9**

$f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et pour tout  $x \in \mathbb{R}$  on a :

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \left( \frac{1}{N} [n_1(x_1 - x)^2 + \dots + n_p(x_p - x)^2] \right)' \\
 &= \frac{1}{N} [n_1((x_1 - x)^2)' + \dots + n_p((x_p - x)^2)'] && \text{par linéarité} \\
 &= \frac{1}{N} [n_1 2(x_1 - x) + \dots + n_p 2(x_p - x)] \\
 &= \frac{2}{N} [n_1(x_1 - x) + \dots + n_p(x_p - x)] && \text{en factorisant par 2} \\
 &= \frac{2}{N} [n_1 x_1 + \dots + n_p x_p] - \frac{2}{N} [n_1 x + \dots + n_p x] \\
 &= 2\bar{x} - \frac{2x}{N} [n_1 + \dots + n_p] \\
 &= 2\bar{x} - \frac{2x}{N} \cancel{N} \\
 &= 2\bar{x} - 2x.
 \end{aligned}$$

Donc  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \bar{x}$ . On en déduit le tableau de variations suivant :

$x$	0	$\bar{x}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
Variations de $f$			

Ainsi  $f$  admet un minimum sur  $\mathbb{R}$  atteint en  $x = \bar{x}$ .