Feuille de TD n° 1

Quelques corrections

Exercice 9

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a :

$$\begin{aligned}
f'(x) \quad &= \left(\frac{1}{N}[n_1(x_1-x)^2+\ldots+n_p(x_p-x)^2]\right)' \\
&= \frac{1}{N}[n_1((x_1-x)^2)'+\ldots+n_p((x_p-x)^2)'] && \text{par linéarité} \\
&= \frac{1}{N}[n_1 2(x_1-x)+\ldots+n_p 2(x_p-x)] \\
&= \frac{2}{N}[n_1(x_1-x)+\ldots+n_p(x_p-x)] && \text{en factorisant par 2} \\
&= \frac{2}{N}[n_1x_1+\ldots+n_px_p]-\frac{2}{N}[n_1x+\ldots+n_px] \\
&= 2\overline{x}-\frac{2x}{N}[n_1+\ldots+n_p] \\
&= 2\overline{x}-\frac{2x}{\cancel{N}}\cancel{N} \\
&= 2\overline{x}-2x.
\end{aligned}$$

Donc $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\overline{x}$. On en déduit le tableau de variations suivant :

x	0		$\overline{x}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
Variations de f		$\searrow$		$\nearrow$	

Ainsi f admet un minimum sur $\mathbb{R}$ atteint en $x=\overline{x}$.