

Feuille de TD n° 4

Quelques corrections

Exercice 9 (Pour les plus rapides : extrait concours ENSEA 2015)

Question 1

(A) **VRAI** Faire un arbre.

(B) **FAUX**

$$\mathbb{P}(AB) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

(C) **VRAI**

$$\mathbb{P}(AAB) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$$

(D) **FAUX**

$$\mathbb{P}(X = 2) = \mathbb{P}(AAB) = \frac{1}{8}.$$

(E) **FAUX**

$$\mathbb{P}(Y = 1) = 1 - \mathbb{P}(AAAA) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{15}{16}.$$

Question 2

(A) **VRAI**

$$\mathbb{E}(X) = \sum_{k=0}^4 k \times \mathbb{P}(X = k)$$

$$= 0 \times \mathbb{P}(X = 0) + 1 \times \mathbb{P}(X = 1) + 2 \times \mathbb{P}(X = 2) + 3 \times \mathbb{P}(X = 3) + 4 \times \mathbb{P}(X = 4)$$

$$= 0 \times \mathbb{P}(A) + 1 \times \mathbb{P}(AB) + 2 \times \mathbb{P}(AAB) + 3 \times \mathbb{P}(AAAB) + 4 \times \mathbb{P}(AAAA)$$

$$= \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{8} + 3 \times \frac{1}{16} + 4 \times \frac{1}{16}$$

$$= \frac{15}{16}.$$

(B) **FAUX**

$$\mathbb{E}(Y) = \sum_{k=0}^1 k \times \mathbb{P}(Y = k)$$

$$= 0 \times \mathbb{P}(Y = 0) + 1 \times \mathbb{P}(Y = 1)$$

$$= \mathbb{P}(Y = 1)$$

$$= \frac{15}{16}.$$

(C) **FAUX**

$$\mathbb{P}(X = 4 | Y = 1) = \frac{\mathbb{P}(X = 4 \text{ et } Y = 1)}{\mathbb{P}(Y = 1)} = 0.$$

(D) **FAUX** On a

$$\mathbb{P}(X = 3 \text{ et } Y = 1) = \mathbb{P}(AAAB) = \frac{1}{16}.$$

Par ailleurs

$$\mathbb{P}(X = 3) = \mathbb{P}(AAAB) = \frac{1}{16}$$

et

$$\mathbb{P}(Y = 1) = \frac{15}{16}.$$

Donc $\mathbb{P}(X = 3 \text{ et } Y = 1) \neq \mathbb{P}(X = 3) \times \mathbb{P}(Y = 1)$.

(E) **VRAI** On peut interpréter cela comme k épreuves de Bernoulli indépendantes de probabilité de succès

$$p = \mathbb{P}(\text{a produit } B) = \frac{15}{16}.$$